

■アルゴリズムはなぜ現代社会で重要視されるのか

問題を解決したり現象を究明したりする数学的方法として、方程式が古くから重要な役割を演じてきた。方程式による問題解決とは、対象を構成する要素間の関係や法則を方程式として記述し、その解を求めることである。たとえば気象予報では、現在の気象状況に流体力学や熱力学などを適用して方程式を立て、今後の気象状況という解を求める。

現代ではこれに加えて、アルゴリズム (algorithm : 算法) がもう一つの方法として広く使われている。アルゴリズムによる問題解決とは、解決に至る一連の手順を記述し、その個々のステップを進むことで解決することである。たとえば自動販売機では、投入された金額と押されたボタンから商品とお釣りを出すまでの各々の動作をして解決する。

現代社会では、このような問題解決のための 2 つの数学的方法が我々の日常を豊かにしている。この第 29 話では、これらのうちのアルゴリズムがどのようなもので、我々の日常生活とどのように関わるかをみていこう。

● 2 次方程式の解法はどのように手順化されるか

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を考えてみよう。この解法は高校数学の基礎中の基礎であり、その解は平方完成と開平計算で求められる。つまり、

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0 \quad \therefore \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

これを平方に開いて、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ を得る。この解法は単純であり、手順

化 (アルゴリズム化) することは易しい。解の形態は、異なる 2 つの実数解、重解、異なる 2 つの虚数解の 3 通りあり、それぞれ別々に出力すればよい (図 1)。

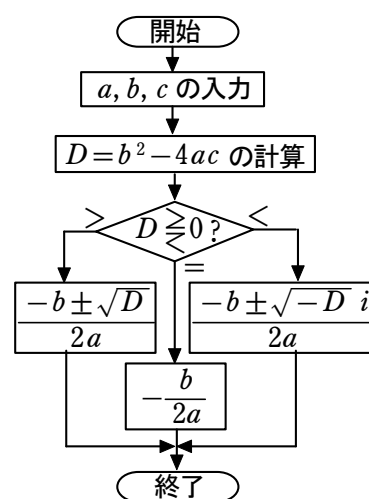


図 1: 2 次方程式の解法手順

●アルゴリズムとは何か、またどのように生まれたのか

厳密な定義はさておき、一般に「アルゴリズムとは問題を解決するときの有限の手続きのことである」と捉えられている。そして、それは言語として記号列で記述され、その記号の規則に従って逐次的に実行されて、最後に終了する。ちなみに、アルゴリズムの名称は 9 世紀の数学者アル・フワリズミー (al-Khuwarizmi) に由来するとされる。

古代ギリシアの数学では、アルゴリズムという言葉はなかったが計算手順という認識はあった。その例として、最古とアルゴリズムとされる「ユークリッドの互除法」と、「エラトステネスの篩 (ふるい) 法」の 2 つを紹介しよう。

前者は、2 つの自然数 a, b の最大公約数を求める手法であり、「 p を q で割った余りを r とする ($p = sq + r, 0 \leq r < q$) とし、 p, q の最大公約数は q, r の最大公約数に等しい」という原理が繰り返し使われる。これにより、割る数と余りを入れ替えながら割り算が実行され、最終的に割り切れて最大公約数が求まる (図 2)。

後者は、2 から n までの自然数から素数を求める手法であり、素数の倍数を篩い落とす方法をとる。具体的には、2 から n までの自然数を昇順に並べておいて、小さい方から順次検証していく。まず 2 を素数として、2 の倍数を自然数の並びから篩い落とす (取り除く)。次の 3 は 2 の倍数ではないから素数であり、3 の倍数を並びから取り除く。次の 4 はすでに並びにない。次の 5 は残っているから素数であり、5 の倍数を並びから取り除く。このように並びに残っている自然数を調べ尽くす (図 3)。

$$\begin{array}{r} 2 \\ 182 \overline{) 429} \\ \underline{364} \\ 65 \\ 65 \overline{) 182} \\ \underline{130} \\ 52 \\ 52 \overline{) 65} \\ \underline{52} \\ 13 \\ 13 \overline{) 52} \\ \underline{52} \\ 0 \end{array}$$

$52 = 13 \times 4 + 0$
 $\therefore \text{G.C.M.} = 13$

図 2: ユークリッドの互除法 (429 と 182 の最小公倍数)

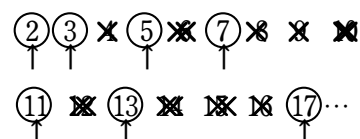


図 3: エラトステネスの篩法

●アルゴリズムはどのように発展したか

数学の発展に伴ってアルゴリズムも研究されてきたが、とりわけ 20 世紀以降の論理学や言語学などの進展やコンピュータの登場によって飛躍的になった。そこでは、クヌース (Knuth) やダイクストラ (Dijkstra) などにより、ア

ルゴリズムそのものの研究や数学のみならず多方面の問題解決の方法として研究され、数々の手法が開発されている。

これに呼応して、方程式による問題解決の解析的な解法のいくつかはアルゴリズム化され、2つの方法が融合されることもある。たとえば、前述の気象予報では、立てた方程式は解法アルゴリズムを使ってスーパーコンピュータで解かれる。また、人間の思考の独壇場であった数学の証明でもアルゴリズムが使われる事例も現れた。たとえば、「四色問題」の証明（1976年、アップル(Appel)とハーケン(Haken)によって証明)でもコンピュータの手助けがあった。このように、アルゴリズムはコンピュータを働かせる命令群として日常生活の隅々まで入り込んできている。以前「コンピュータ、ソフト(software)なければただの箱」という川柳が流行ったが、まさに実感である。

●アルゴリズムはどのような構造をしているか

アルゴリズムの構造をみてみよう。ここで構造化定理の登場である。これは「入口から出口までの一連の手続きは3つの構成要素『順次、反復、分岐』の組み合わせでできている」というものであり、1966年にベーム(Bohem)とヤコピーニ(Jacopini)によって提唱された。ここで、「順次とは、Aの次はBが実行されるという逐次処理」、「反復とは、一定の条件を満たすまでAが繰り返される処理」、「分岐とは、あることが満たされればA、そうでなければBが実行されるという処理」のことである(図4)。アルゴリズムは、この「手順はこれら3つの部品からできている」という視点で分解されたり構成されたりして解析される。このように、この定理はアルゴリズムの開発や検証や効率化などの場面で重要な役割を果たしている。

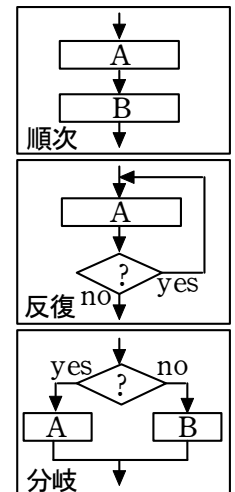


図4: 構造化定理の3要素

●現在、どのようなアルゴリズムが活躍しているか

現代社会でアルゴリズムが活躍する場面を大別すると、「手順が有限でかつ明確に定義されていて、人間の手を煩わせなくてもいい場面」と「手順は明確に定義されているが、場合の数が多すぎたり膨大な時間がかかったりして、人間の手に負えない場面」が考えられる。具体例を列举すると、機械を制御する、文や数式を処理する、データを加工する、大きさ順に並び変える、方程式を数值的に解く、アプリ(application software)を作る、最適値や最短経路を探索するなど、枚挙に暇がない。このように、我々の生活はアルゴリズムに支えられていると言っても過言でない。

●人間の思考はアルゴリズム化できるか

「機械には人間のような思考ができるか」という疑問の発祥は案外古い。この考え方の基は「人間機械論」であり、古代ギリシアのデモクリトスや近世のデカルト(1596 - 1650年)などが展開し、パスカル(1623 - 1662年)は機械式計算機を完成させた。一方で、人間の複雑な思考や精神を機械化(アルゴリズム化)する試みは困難を極めた。

コンピュータが発達した現在ではその試みは更に深まり、人工知能(AI: artificial intelligence)という分野が形成されるに至っている。このような進展を背景に、前述のように数学の証明を肩代わりしたり、チェスや将棋でコンピュータが人間を負かしたりする事例もでてきている。また、ロボット開発にも拍車がかかっていて、その運動機能面の高度化とともに、人間に近い思考判断ができる人工頭脳の研究開発が競われている。

ここで、人間の思考判断をアルゴリズム化する手法のうちで代表的な2つ、ヒューリスティクス(heuristics: 発見的手法)と遺伝的アルゴリズム(genetic algorithm)を紹介しよう。前者は、Aが起こったとき、その因果関係や合理的な判断により解を導くのではなく、経験則や試行錯誤や勘などにより、正解に近い解を作り出す手法である。後者は、アルゴリズムから導き出された複数の暫定解を遺伝子と見立てて、それを淘汰や組み替えや突然変異に相当する変化を何世代にも渡って施し、その中で生き残る(使える)有用な解を作り出す手法である。

この分野では「将来、AIは人間を凌駕するか」という議論も噴き出していて、「AIが人間の知能を超越し、科学技術が爆発的に発達し始める時点(技術的特異点: technological singularity)」が想定(数学者ヴィンジ(Vinge)と発明家カーツワイル(Kurzweil)が1980年代に「2045年問題」として提唱)されている。この特異点は、人間が数学などにより人間の定義と人間機械論の関係を解明する時でもあり、それに対する期待と不安や懸念が交錯している。